【DOI】10.12315/j.issn.1673-8160.2020.21.065

关于西方经济学数学描述分析

鲁燕顺
（西南财经大学，四川 成都 611130）

摘　要：本文主要根据高鸿业的《西方经济学》为参考，梳理西方经典经济学中的数学分析方法及阐述西方经济学中的意义，尝试有效结合西方经济学与数学，以期为后续学习打下坚实基础。

关键词：西方经济学；数学描述；方法；模型

西方经济学在研究过程中引入了变量、函数、坐标系等数学表达方式，进而采用数学思想分析西方经济学[1]。如，函数方程思想、极限思想等。实际上，西方经济学教学是对数学有着极其严格的要求的。本文主要从数学角度出发，分为微观经济学与宏观经济学对西方经济学内容进行相关阐述。

一、微观经济学

引入数学模型对探究西方经济学具有不可估量的重要作用。因此，我们要想在西方经济学中引入数学模型，就必须做好数学模型内生、外生变量界定，从而建立方程式[2]。例如，函数$Q=\alpha-\beta P$和供给函数$Q=-\delta+\gamma P$，式中P、Q都是数学模型中的内生变量，α、β、γ、δ则为数学模型中的外生变量，并且外生变量直接决定了内生变量。

另外，我们主要通过平面几何坐标系辅助分析需求、供给曲线。其中，探究哪些因素的变化会影响曲线本身或位置的移动是我们思考的重要课题。经过笔者实践探究后发现，对于曲线方程，如果内在变量产生变化，其他因素保持不变，就会引起曲线本身移动[3]。反之，若其他因素变化，而内在变量不变就会引起曲线位置移动。同理，供给曲线亦如是。因此，对于某商品的均衡价格则可以通过需求及供给函数建立相关数字模型，从而分析该商品在均衡价格状态下的数据信息。一般是需求、供给两者单独的影响或者是两者共同的影响。在均衡价格数学模型分析中，我们会根据内生、外生变量的不同，从而分析静态与比较静态的情况[3]。当我们考虑两个经济变量X，Y时，需要获得两者变动关系信息。例如，当X增加或者减少1%时，就能引起Y的百分比变化，从而产生弹性系数概念。当Y的变动比例除以X的变动比例就会产生弧弹性公式，当$\Delta X\rightarrow 0$，则得出弹性公式$e=\dfrac{\frac{dY}{Y}}{\frac{dX}{X}}=\dfrac{dY}{dX}\cdot\dfrac{X}{Y}$。但是如果考虑具体变量关系，如需求弹性就会产生需求价格、收入弹性等变化。其中，弹性系数分为富有、缺乏、单位、完全以及完全无等五类弹性，系数分别为$e>1$，$e<1$，$e=1$，$e=\infty$。$e=0$。如果变量X引发变量Y的变化时，可引入边际量概念得出边际量=Y/X。例如，边际效应中的递减规律。

消费者剩余与消费者剩余变化可以通过几何图形或者数学公式来表达。基于效用函数无差异特征，通过全微分形式的不变性可以得到商品边际效用比值。在预算约束效用最大化下，利用拉格朗日函数和一阶条件可以得到数值最大化的必要条件[4]。当我们利用西方经济学描述消费者风险态度时，消费者风险态度被分为爱好、中立以及回避三大类。

关于长期生产中规模报酬可分为递增、递减以及不变等三类问题。当我们设定生产函数，可以用齐次性概念描述。例如，生产函数为r次齐次函数，其中r为齐次度，当$r>1$时，则规模报酬递增，反之则呈现递减模式。当$r=1$时，规模报酬不变。在产量与成本分析中会要求既定产量约束下的成本最优化问题，需要建立拉格朗日函数，通过方程一阶条件明确产量最优生产要素组合。

当厂商利益实现最大化时，要素边际成本=边际收益。因此，在我们利用数学方式推导厂商利益最大化时，其实是考虑的一个自由极值问题[5]。在判断经济效率时，需要利用序集完全性概念；推导阿罗不可能性定理需要使用序集中的可传递性。

二、宏观经济学

当我们由边际量引入边际消费倾向（MPC）和边际储蓄倾向（MPS）时，根据它们跟收入之间的关系，可以得出消费倾向+储蓄倾向=1 。同理，平均消费倾向（APC）+平均储蓄倾向（APS）=1。在乘数理论中，利用无穷级数推导乘数公式时，可以得出乘数$k=\dfrac{1}{1-MPC}$，根据前文边际消费倾向+边际储蓄倾向=1，我们可以得出$k=\dfrac{1}{MPC}$。由此可见，乘数与边际储蓄倾向呈现反比关系，与边际消费倾向呈现正比关系。关于曲线IS与LM研究中，在一定条件下，根据全微分理论与复合函数求导法则，可以从数学角度证明IS曲线的斜率是负值，LM曲线的斜率是正值。

其实，生产函数也有宏观、微观的区别。从宏观角度出发的总量生产函数，Y是总生产，N是劳动，K是资本，具体表示为$Y=f(N,K)$。从短期来说，资本K通常不变，则短期宏观生产函数为$Y=f(N,\bar{K})$，并得出Y只与N有关；从长期来说，生产函数中的技术水平、劳动量等变量则会产生较大变化。当我们根据货币数量论的交易方程$MV=Py$，求导时间t时，得出通货膨胀率计算公式$\pi=\hat{m}-\hat{y}+\hat{v}$，其中，$\hat{m}$代表货币增长率，$\hat{y}$代表产量增长率，$\hat{v}$代表货币流通速度变化率[6]。根据微观经济学中的社会货币工资公式$W=P\cdot MP$，求解关于时间t的微分，我们可以通过恒量变形得出$\dfrac{\dot{P}}{P}=\dfrac{\dot{W}}{W}=\dfrac{\dot{MP}}{MP}$。

由于经济变量增长率与数学运算都是先取对数然后求

导，所以它们在一定程度上有着相同的性质。另外，直接原因与根本原因等因素很大程度上决定了经济增长的速度。从函数变量角度来说，总产出一般被视为解释变量或者因变量，直接原因为劳动、资本等要素，但是增长背后还有制度、环境等根本原因。如果将r设定为根本原因，则经济总产出的复合函数为Y = A(r)FN(r),K(r)]，其中，A、N、K是中间变量，r是自变量。考虑到新古典增长模型的分类，他们的经济生产函数则分别为没有技术进步Y = F(N,K)和具有技术进步Y = F(AN,K)。当前者为$k=\frac{K}{N}$，后者为$\hat{k}=\frac{K}{AN}$时，前者模型归结为k的微分方程：$\dot{k}=sf(k)-(n+\delta)k$；后者则为$\hat{k}$的微分方程：$\dot{\hat{k}}=sf(\hat{k})-(n+\delta+a)\hat{k}$。但是经济一般处于长期稳定状态，因此在没有技术进步与具有技术进步的模型中，条件分别为$\dot{k}=0$和$\dot{\hat{k}}=0$。这些都与函数极值点的必要条件$f'(x)=0$类似。

对于特定的生产函数，若$y=f(k)=k^a=(0<a<1)$时，不考虑Y = F(N,K)的新观点增长模型，则$\dot{k}=sk^a-(n+\delta)k$，当等式两边经过相同运算同时除以k时，令$gk=\frac{\dot{k}}{k}$，得出模型人均资本增长率方程$gk=sk^{a-1}-(n+\delta)$。另外，根据跨期消费决策模型中的青年时期y_1与老年时期y_2，对应消费c_1与c_2。当我们假设实际利率为r时，则其预算约束方程为：$c_1+\frac{c_2}{1+r}=y_1+\frac{y_2}{1+r}$。考虑价格水平、利率描述等因素对货币需求函数的影响可以得出方程$M^d=P\cdot L(Y,r)$，其中M^d为名义货币需求。基于此，可将实际需求量同产出和利率结合，得出方程$\frac{M^d}{P}=L(Y,r)$。

根据货币交易动机，鲍威尔—托宾模型分析了获益持有成本与收益。该模型假设消费者一个人在一年内的计划消费Y，银行次数N以及去银行的固定成本，则可以得出消费者总成本为$C=\frac{rY}{2N}+FN$，其中r为银行利率。当我们考虑总成本最低时的次数时，求导$N^*=\sqrt{\frac{rY}{2N}}$，得出平均货币持有量为$\frac{Y}{2N}=\sqrt{\frac{YF}{2r}}$，表明了货币支出、利率以及固定去银行成本与平均货币持有量之间的关系。由此可见，鲍威尔—托宾模型为货币需求函数做了微观证明。在我们解释名义价格黏性时，假设厂商的利润函数为f(P)其中，P为产品实际价格，P^*为利润最大时价格，有泰勒展开式得出：$f(P^*)-f(P)\approx f(P^*)(P^*-P)-\frac{1}{2}f''(P^*)(P^*-P)^2$。由$P^*$可知$f(P^*)=0$，且$(P^*-P)$较小时，$(P^*-P)^2$更小。由此可见此刻利润较大，损失小于菜单成本，厂商无须做价格调整[7]。在现期资本存量估算中使用方程$K=K_{-1}+\lambda(K^*-K_{-1})(0<\lambda<1)$。根据卢卡斯总供给函数，企业对价格总水平的估算为$P^e=\hat{P}+b(P_i-\hat{P})$进行，其中b为调整系数，将价格水平估算分为预测值$\hat{P}$与根据经验调整的预测值。

三、结语

综上所述，本文主要从微观与宏观角度阐述了西方经济学数学描述，不仅能增减人们对于重要经济学概念与理论的理解，熟悉其背后的分析方法，又能不断促进学习进步，实现个人全面发展。

参考文献

[1]谷慧英.西方经济学中数学教学的探讨[J].内蒙古师范大学学报(教育科学版)，2017，30(8):132-134.

[2]倪鹏翔.浅析数学在西方经济学中的应用[D].云南:云南大学，2005.

[3]韩玲.基于柔性的人力资源管理模式研究——以HT证券公司为例[D].江苏:东南大学，2007.DOI:10.7666/d.y1244241.

[4]姚晓垠，蒋满元.关于西方经济学教学模式的改革创新[J].当代教育实践与教学研究(电子刊)，2017，000(011):529，531.

[5]周晓越，谭欣欣.金融数学专业西方经济学课程改革的一些设想——基于问卷调查结果[J].大连大学学报，2018，39(3):125-129，137.

[6]蒋满元，余萍.《西方经济学》课程价值取向问题研究——基于数学应用的思辨[J].经济师，2018(5):173-174.

[7]张立军.西方微观经济学几个重要原理的数学分析[J].北京工业职业技术学院学报，2004，3(1):67-74.